

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1988/89

Mac/April 1989

ZMC 210/3 Kaedah Matematik I

Masa : [3 jam]

Jawab KESEMUA LIMA soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) (i) Diberi $\sum_{n=0}^{\infty} z^n = \sum_{n=0}^{\infty} (re^{i\theta})^n$ tentukan nilai r yang di mana siri itu menumpu.

- (ii) Tentukan sama ada $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{i^n}{n^{\frac{1}{2}}}\right)$ menumpu.

(30/100)

- (b) Tunjukkan bahawa $f(z) = \bar{z}$ tidak analisis.

(30/100)

- (c) Tunjukkan bagi fungsi $f(z) = z^{1/5}$ bahawa suatu titik cabang wujud pada $z = 0$ dan menilaikannya di dalam julat cabang prinsipal.

(40/100)

2. (a) Nilaikan

(i) $\lim_{z \rightarrow 1} \frac{z^{10} + 1}{z^6 + 1}$

(ii) $\lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos z}{z^2} \right)$

(30/100)

- (b) Buktikan bahawa lengkungan-lengkungan

$u(x,y) = \text{pemalar, dan}$
 $v(x,y) = \text{pemalar}$

adalah berortogon di antara satu dengan lain.

(30/100)

- (c) (i) Buktikan bahawa fungsi

$$u = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$$

mematuhi persamaan Laplace.

- (ii) Tentukan fungsi $f(z)$ yang berkaitan dengan fungsi u di atas.

$$t^2 + it = 4 + 2i \\ t(t+i) = 2(2+i) \quad (40/100)$$

3. (a) (i) Nilaiikan $\int_C \bar{z} dz$ di antara $z = 0$ dan $z = 4 + 2i$,

mengikut lintasan C yang diberi oleh persamaan $z = t^2 + it$. $\int_0^2 (t^2 - it)(2t + i) dt = \int_0^2 2t^2 - 2it^3 dt$

- (ii) Nilaiikan $\oint_C \frac{dz}{z-a}$, di mana $z = a$ didapati terletak di dalam sempadan C . $2\pi i = 2\pi i$

(30/100)

- (b) Diberi fungsi analisis $f(z) = u + iv$ buktikan teorem Cauchy.

$$\oint f(z) dz = \oint (u + iv)(dx + i dy) \quad (30/100)$$

- (c) Nilaiikan $\oint_C \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz$

di mana $|z| = 3$.

$$e^{\pi i z^2} = \frac{e^{\pi i} - e}{2i}$$

(40/100)

4. (a) Selesaikan persamaan $\sin^2 x \frac{d^2 y}{dx^2} = 2y$.

(40/100)

- (b) Selesaikan persamaan $L \frac{dI}{dt} + \frac{\int I dt}{C} = 0$ yang memberi perhubungan di antara swainduktans dan kapasitans C sesuatu litaran. Tentukan pemalar-pemalar yang mana I_0 adalah arus maksimum yang boleh dicapai dan $I = 0$ apabila masa $t = 0$.

(60/100)

...3/-

5. (a) SAMA ADA

Dengan menggunakan kaedah Leibnitz-Maclaurin selesaikan persamaan

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

ATAU

Dengan menggunakan kaedah Frobenius selesaikan persamaan

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = xy$$

(30/100)

(b) Diberi $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$

dapatkan penyelesaian bagi

(i) $x = 1/2$

(ii) $x = 3/2$

dan (iii) $x = -3/2$

(30/100)

(c) Nilaikan $I = \int_0^{\infty} x^{5/2} e^{-x^2} dx$

(40/100)

- oooOooo -